

Fiche d'histoire mathématique

Des déplacements aux vecteurs

Comment une flèche est devenue un objet calculable

Idée directrice. Un vecteur permet de décrire un déplacement ou une direction sans confondre l'objet avec le point où on l'observe. La notation actuelle est récente, mais le besoin de comparer des directions et des forces est ancien.

Table des matières

1	Avant les vecteurs : mesurer et construire	1
2	Le tournant des coordonnées	1
3	Mécanique et composition des déplacements	1
4	Hamilton, Grassmann, Gibbs et la forme moderne	2
5	Pourquoi les coordonnées restent utiles	2
6	À retenir	2
7	Pour aller plus loin	2

1 Avant les vecteurs : mesurer et construire

La géométrie grecque décrit des segments, des angles et des figures à l'aide de relations. Dans les *Éléments* d'Euclide, on additionne des longueurs et on compare des rapports, mais on ne dispose pas encore d'un objet général qui représente un déplacement libre dans le plan.

Les astronomes et les géomètres utilisent pourtant déjà des directions. Pour décrire la position d'un astre, construire une figure ou composer deux déplacements, il faut distinguer une grandeur qui a seulement une valeur d'une grandeur qui possède aussi une direction.

2 Le tournant des coordonnées

Au XVII^e siècle, René Descartes et Pierre de Fermat relient algèbre et géométrie. Un point est décrit par des nombres ; une droite ou une courbe peut être décrite par une équation. Cette traduction rend possibles les calculs avec les déplacements : le vecteur allant de $A(x_A, y_A)$ à $B(x_B, y_B)$ s'écrit naturellement

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A).$$

Les coordonnées ne sont pas le vecteur lui-même : elles sont une manière de coder ses composantes dans un repère choisi. Changer de repère change les coordonnées, mais pas le déplacement géométrique.

3 Mécanique et composition des déplacements

La mécanique de Newton donne une motivation concrète aux grandeurs orientées. Une force, une vitesse ou une accélération a une direction ; plusieurs forces peuvent se composer. Le parallélogramme des forces conduit à additionner des flèches, puis à multiplier une flèche par un nombre pour changer sa longueur ou son sens.

La physique a ainsi poussé les mathématiciens à distinguer les scalaires, qui se combinent comme des nombres, et les grandeurs orientées. Le mot *vecteur* vient d'une racine latine liée à l'idée de porter ou de transporter : un vecteur « porte » un déplacement d'un point vers un autre.

4 Hamilton, Grassmann, Gibbs et la forme moderne

Au XIX^e siècle, William Rowan Hamilton développe les quaternions, qui généralisent les nombres complexes pour décrire l'espace. Hermann Grassmann construit de son côté une algèbre des grandeurs orientées. Leurs théories sont puissantes, mais parfois difficiles à utiliser pour les calculs de physique ordinaires.

J. Willard Gibbs, puis Oliver Heaviside, isolent à la fin du siècle les opérations qui nous sont familières : addition de vecteurs, produit par un scalaire, produit scalaire et produit vectoriel. La présentation devient plus courte et plus adaptée à la mécanique et à l'électromagnétisme. Le manuel de Gibbs publié en 1901 contribue fortement à diffuser cette notation.

Repère	Apport
XVII ^e siècle	Coordonnées et équations pour relier points et figures.
XVII ^e –XVIII ^e siècles	Déplacements, vitesses et forces en mécanique.
1843–1844	Hamilton et Grassmann proposent des cadres algébriques plus vastes.
Fin du XIX ^e siècle	Gibbs et Heaviside diffusent l'analyse vectorielle usuelle.

5 Pourquoi les coordonnées restent utiles

Un vecteur est un objet géométrique, mais ses coordonnées permettent de vérifier une colinéarité, une distance ou une intersection. Cette double lecture est la force du chapitre :

- la figure donne le sens du déplacement ;
- les coordonnées donnent une méthode de calcul ;
- la norme mesure la longueur ;
- le produit scalaire compare deux directions.

Dans l'informatique graphique, la robotique et la navigation, un mouvement est encore décrit par des vecteurs. Le même langage sert à déplacer un objet sur un écran et à modéliser la vitesse d'un véhicule.

6 À retenir

L'histoire des vecteurs est celle d'un changement de point de vue : au lieu de décrire séparément un segment attaché à chaque point, on décrit un déplacement que l'on peut transporter, additionner et comparer. Les coordonnées sont un outil de traduction entre la géométrie et le calcul.

7 Pour aller plus loin

- MacTutor, *Earliest Uses of Symbols for Matrices and Vectors* : histoire des notations.
- MacTutor, notice sur J. Willard Gibbs : Gibbs et l'analyse vectorielle.
- Mathematical Association of America, histoire de la géométrie analytique : Descartes et Fermat.