

Fiche d'histoire mathématique

Remplacer les multiplications par des additions

Des tables de Napier à la fonction réciproque de l'exponentielle

Idée directrice. Un logarithme répond à la question : « quel exposant faut-il choisir pour obtenir ce nombre ? » Son histoire commence pourtant avant cette définition, par un besoin pratique : rendre les calculs astronomiques et trigonométriques moins longs.

Table des matières

1	Napier et le besoin de calculer plus vite	1
2	Briggs, les tables et la règle à calcul	1
3	D'une table à une fonction	1
4	Pourquoi la croissance logarithmique est lente	2
5	À retenir	2
6	Pour aller plus loin	2

1 Napier et le besoin de calculer plus vite

À la fin du XVI^e siècle, les astronomes doivent multiplier de grands nombres, utiliser des sinus et construire des tables. John Napier publie en 1614 les logarithmes dans le *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*. Sa construction est géométrique et dynamique : deux points se déplacent, l'un à vitesse constante, l'autre à une vitesse liée à sa position.

Les premiers logarithmes de Napier ne sont pas exactement ceux que nous utilisons aujourd'hui. Ils sont conçus pour les sinus et leur normalisation est différente. L'idée essentielle est néanmoins déjà là : une progression géométrique peut être mise en correspondance avec une progression arithmétique.

2 Briggs, les tables et la règle à calcul

Henry Briggs rencontre Napier en 1615 et propose une forme plus pratique, notamment avec $\log(1) = 0$ et les logarithmes décimaux. Les tables de Briggs permettent de remplacer

$$ab \quad \text{par} \quad \log(a) + \log(b),$$

puis de revenir au nombre de départ par une table inverse.

Pendant plusieurs siècles, les tables logarithmiques et la règle à calcul sont des outils scientifiques essentiels. Elles servent à l'astronomie, à la navigation, à l'ingénierie et au calcul des intérêts. Une propriété que nous apprenons comme une formule est donc d'abord une stratégie pour économiser des heures de calcul.

3 D'une table à une fonction

Au XVIII^e siècle, Euler relie plus clairement le logarithme à l'exponentielle. Le logarithme népérien est défini comme la fonction réciproque de e^x et peut aussi être construit par l'aire sous la courbe $1/x$:

$$\ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt \quad (x > 0).$$

Cette définition explique à la fois la condition $x > 0$, la relation $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ et la dérivée $\ln'(x) = 1/x$.

Les logarithmes changent alors de statut : ils ne sont plus seulement un livre de nombres à consulter. Ils deviennent une fonction qui transforme un produit en somme et inverse une croissance exponentielle.

4 Pourquoi la croissance logarithmique est lente

Un logarithme augmente très lentement parce qu'il est l'inverse d'une fonction qui augmente très vite. Cette opposition est apparue dans les calculs avant d'être interprétée par les limites et les dérivées.

Aujourd'hui, les calculatrices ont remplacé les tables, mais le logarithme reste présent dans les échelles sonores et sismiques, la mesure de l'information, la complexité des algorithmes et les modèles d'échelle. Dans chacun de ces usages, on cherche à rendre lisible une grandeur qui varie sur plusieurs ordres de grandeur.

Repère	Apport
1614	Napier publie ses premières tables logarithmiques.
1615–1624	Briggs met au point des logarithmes décimaux pratiques.
XVII ^e siècle	Tables et règle à calcul accélèrent les sciences.
XVIII ^e siècle à aujourd'hui	Euler relie logarithme, exponentielle et analyse.

5 À retenir

L'histoire explique les trois visages du logarithme : outil de calcul, inverse de l'exponentielle et aire sous $1/x$. Avant toute manipulation, il faut donc se rappeler que son domaine est $]0, +\infty[$.

6 Pour aller plus loin

- MacTutor, notice sur John Napier : John Napier.
- MacTutor, histoire du nombre e et du logarithme naturel : The number e .

- MacTutor, document historique sur Napier et Briggs : Napier and Briggs.