

Fiche d'histoire mathématique

Mesurer les angles qui tournent

De l'astronomie ancienne aux phénomènes périodiques

Idée directrice. Le sinus et le cosinus sont nés de l'astronomie et de la géométrie du cercle. Ils sont devenus des fonctions générales lorsque les mathématiciens ont cessé de les voir seulement comme des longueurs de cordes et les ont reliés aux coordonnées d'un point qui tourne.

Table des matières

1	Les cordes d'Hipparque et de Ptolémée	1
2	L'Inde, le monde arabe et le mot sinus	1
3	Du triangle à la fonction	1
4	Fourier et les phénomènes périodiques	2
5	À retenir	2
6	Pour aller plus loin	2

1 Les cordes d'Hipparque et de Ptolémée

Les astronomes grecs doivent calculer des positions d'astres sur une sphère. Une première stratégie consiste à construire des tables de cordes : pour un angle donné, quelle longueur a la corde qui relie deux points d'un cercle ?

Vers 140 avant notre ère, Hipparque construit une table de cordes. Ptolémée reprend cette tradition dans l'*Almageste* et utilise des polygones inscrits et des formules de demi-angle pour obtenir des valeurs de plus en plus précises. Pour un cercle de rayon 1, la corde correspondant à un angle $2x$ a pour longueur $2\sin(x)$. Le sinus moderne est donc caché dans une table de longueurs.

2 L'Inde, le monde arabe et le mot sinus

Vers le V^e siècle, Aryabhata donne des tables de demi-cordes qui correspondent à nos sinus. Le mot sanskrit *jya* est transmis dans le monde arabo-musulman sous une forme proche, puis traduit en latin par *sinus*, qui signifie notamment un pli ou un creux.

Les mathématiciens indiens et arabes développent la trigonométrie plane et sphérique pour l'astronomie, la géographie et la détermination des heures de prière. Les tables sont alors des objets de calcul très concrets, comparables aux tables logarithmiques.

3 Du triangle à la fonction

À partir de la Renaissance, la trigonométrie est reliée aux triangles et aux coordonnées. Les notations abrégées $\sin$ et $\cos$ se stabilisent progressivement au XVII^e siècle.

Euler joue un rôle majeur au XVIII^e siècle : le sinus et le cosinus deviennent des fonctions de l'angle, définies sur tous les réels, et non plus seulement des longueurs positives. Le cercle trigonométrique explique alors les signes, la périodicité et les identités. Les radians rendent le lien avec les dérivées particulièrement simple :

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x, \quad \frac{d}{dx} \cos x = -\sin x.$$

4 Fourier et les phénomènes périodiques

Au XIX^e siècle, Joseph Fourier étudie la propagation de la chaleur. Il découvre qu'un phénomène périodique complexe peut être décomposé en ondes sinus et cosinus de fréquences différentes. Cette idée fonde l'analyse de Fourier.

Les mêmes fonctions servent aujourd'hui à modéliser le son, les vibrations, les marées, les courants électriques, les images et les communications. La courbe apprise au lycée est donc un modèle très général de répétition régulière.

Repère	Apport
Vers 140 av. J.-C.	Hipparque construit une table de cordes pour l'astronomie.
Vers 500	Aryabhata utilise des tables de demi-cordes, ancêtres du sinus.
Renaissance–XVII ^e siècle	Les notations trigonométriques se stabilisent.
XVIII ^e –XIX ^e siècles	Euler puis Fourier font des sinus des fonctions de l'analyse et de la physique.

5 À retenir

Le cercle explique la géométrie ; la périodicité explique les répétitions ; les dérivées expliquent les variations locales. Ces trois lectures sont les étapes historiques qui ont transformé des tables d'astronomie en fonctions utilisables dans de nombreux modèles.

6 Pour aller plus loin

- MacTutor, histoire des fonctions trigonométriques : [trigonometric functions](#).
- MacTutor, histoire des notations du sinus et du cosinus : [trigonometric symbols](#).
- Pour le lien avec les séries et la chaleur, consulter l'histoire de Fourier dans la même collection.