

Fiche d'histoire mathématique

Deux issues, puis une loi

Des jeux de hasard à la binomiale

Idée directrice. Une épreuve de Bernoulli réduit une situation à deux issues : succès ou échec. Cette simplification permet de compter les suites de résultats et de calculer la probabilité d'un nombre de succès.

Table des matières

1	Les jeux de hasard et le problème des partis	1
2	Jacob Bernoulli et les répétitions	1
3	De Moivre, Laplace et les probabilités cumulées	1
4	Simulation et expérience	2
5	À retenir	2
6	Pour aller plus loin	2

1 Les jeux de hasard et le problème des partis

Les cartes, les dés et les parties interrompues posent au XVII^e siècle des questions qui ne sont pas seulement des jeux. En 1654, Pascal et Fermat cherchent comment partager une mise lorsque deux joueurs n'ont pas pu terminer leur partie.

Pour répondre, ils énumèrent les issues futures et attribuent à chaque joueur la part des cas qui lui seraient favorables. Cette correspondance fonde le calcul des probabilités et prépare le dénombrement des succès et des échecs.

2 Jacob Bernoulli et les répétitions

Jacob Bernoulli étudie la répétition d'une même expérience dans son ouvrage *Ars conjectandi*, publié en 1713 après sa mort. Une épreuve de Bernoulli possède deux issues, de probabilité p et $1 - p$, et les répétitions sont supposées indépendantes.

Si l'on répète l'épreuve n fois et si X compte les succès, alors

$$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}.$$

Les trois facteurs racontent l'histoire du calcul : choisir les positions des k succès, obtenir ces succès et obtenir les échecs restants.

3 De Moivre, Laplace et les probabilités cumulées

Abraham de Moivre utilise la loi binomiale au XVIII^e siècle et étudie son approximation lorsque n devient grand. Laplace développe ensuite le calcul des probabilités et relie les lois discrètes à des modèles continus.

Les expressions « au moins », « au plus » et « exactement » correspondent à des sommes de probabilités. Le complément permet souvent d'éviter une longue addition :

$$\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X = 0).$$

Cette stratégie était déjà présente dans les raisonnements sur les jeux : il est parfois plus simple de compter les cas qui échouent.

4 Simulation et expérience

Avant les ordinateurs, répéter des expériences demandait du temps et du matériel. Aujourd'hui, un algorithme peut simuler des milliers de schémas de Bernoulli. Une simulation produit une fréquence observée, pas la probabilité exacte ; elle sert à voir le comportement de la loi et à contrôler un calcul.

Repère	Apport
1654	Pascal et Fermat relient jeux, dénombrement et probabilité.
1713	Bernoulli publie l'étude des répétitions et la loi des grands nombres.
XVIII ^e siècle	De Moivre étudie la binomiale et ses approximations.
XVIII ^e –XIX ^e siècles	Laplace généralise le calcul des probabilités.

5 À retenir

Le schéma de Bernoulli est un modèle : deux issues, n répétitions, indépendance et même probabilité de succès. La formule binomiale combine un raisonnement de dénombrement et un raisonnement probabiliste.

6 Pour aller plus loin

- MacTutor, notice sur Jacob Bernoulli et la loi des grands nombres : Jacob Bernoulli.
- MacTutor, notice historique sur Pascal et les probabilités : Blaise Pascal.
- Pour les coefficients binomiaux, consulter la fiche d'histoire de la combinatoire.